BASISFYSIK A

Michael Cramer Andersen
Michael Agermose Jensen

FACIT

PRAXIS

BasisFysik A. Facit
Af Michael Cramer Andersen og Michael Agermose Jensen
© forfatterne og Praxis Forlag A/S 2023
Forlagsredaktion: Klaus Bruun Pedersen og Michael Haase
Forsidelayout: Kit Hansen
Illustrationer: Birgit Overby og Michael Haase
1. ebogsudgave 2023
Filversion 1.01 2023
ISBN: 978-87-29-01060-9

Denne titel indgår i Praxis' fagpakke til fysik, der indeholder adaptive træningsforløb og supplerende temaforløb. Yderligere information samt adgang til download af ekstramateriale findes på forlagets hjemmeside.

Digital kopiering af dette materiale eller dele deraf er tilladt i henhold til bestemmelserne i licensaftalen. Print og analog kopiering af materialet er ikke dækket af licensen og er kun tilladt inden for rammerne af institutionens aftale med Copydan Tekst & Node. Kopiering omfatter såvel digital som analog kopiering af materialerne uden for forlagets digitale platform.

Praxis Forlag A/S – et selskab i Egmont
www.praxis.dk

Indhold

Forord

Denne facitliste indeholder facit til Tænk efter-spørgsmål og opgaver til *BasisFysik A*.

Facitlisten er tænkt som et praktisk hjælpemiddel for elever og selvstuderende, der ønsker at kontrollere egne resultater. Hvert facit præsenteres kort og præcist med færrest mulige kommentarer. Ved beregning af resultater er de værdier, som er angivet i bogens tabeller og appendiks, anvendt. Alle resultater er afrundet efter de almindelige afrundingsregler, og enheder angives altid.

Kommentarer, forslag til ændringer og påvisning af eventuelle fejl vil blive modtaget med taknemmelighed (email: info@praxis.dk).

Michael Cramer Andersen
Michael Agermose Jensen

1 Mekanik i to dimensioner

TÆNK EFTER 1

a) Accelerationen er den samme, $a = -g$, under hele bevægelsen.

b) Bolden lander med samme fart (det antages, at der ikke er nogen luftmodstand), men hastigheden er rettet nedad i stedet for opad.

c) Koefficienten foran x^2 er negativ.

d) $\tan(\alpha)$ er også lig v_{0x}/v_{0y}. Det svarer til vinklen mellem hastighedsvektoren og x-aksen.

TÆNK EFTER 2

a) Når $y_0 = 0$, bliver kvadratroden:

$$\sqrt{{v_0}^2 \cdot \sin(\alpha)^2} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

Parentesen reduceres til $2 \cdot v_0 \cdot \sin(\alpha)$, og man får det simple udtryk for kastelængden:

$$L = \frac{2 \cdot {v_0}^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)}{g}$$

b) Stighøjden (højdetilvæksten) afhænger kun af tyngdeaccelerationen og udgangshastigheden og ændres derfor ikke. Den maksimale højde vokser med starthøjden y_0 og bliver:

$$h = \frac{1}{2} \cdot \frac{{v_{0y}}^2}{g} + y_0$$

c) Indsættes koefficienterne

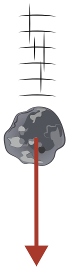
$$a = \frac{1}{2} \cdot g \quad \text{og} \quad b = v_0 \cdot \sin(\alpha)$$

i formlen for $y(t)$ for toppunktet på side 12, fås det ønskede.

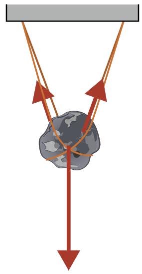
d) Indsættes $t_{max} = 2 \cdot t_{top}$ i formlen for $x(t)$ på side 12 med $x_0 = 0$, fås samme udtryk som for kastelængden L på side 14.

TÆNK EFTER 3

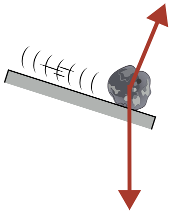
a.



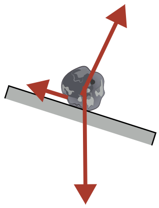
b.



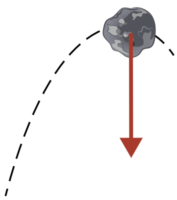
c.



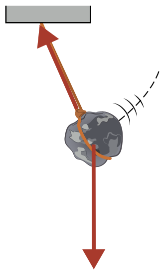
d.



e.



f.



TÆNK EFTER 4

a) Fejlene er:
Figur a: Normalkraften skal udgå fra den skrå flade. Desuden er gnidningskraften større end summen af tyngdekraften og normalkraften.
Figur b: Normalkraften skal udgå fra den skrå flade. Der skal ikke være en kraft rettet ned langs skråplanet (den findes som resultanten, når tyngdekraften og normalkraften lægges sammen, og tegnes ikke med i kraftdiagrammet).
Figur c: Tyngdepunktet, hvorfra tyngdekraften og gnidningskraften udgår, ligger for langt nede i klodsen.

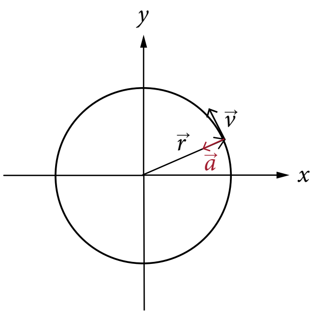
b) Vinklen er $\theta = 90°$.

c) Normalkraften er nul.

d) Da $\cos(90°) = 0$, og $\sin(90°) = 1$, er normalkraften $F_N = m \cdot g \cdot \cos(\theta)$. Så Anna har ret.

TÆNK EFTER 5

Accelerationsvektoren står vinkelret på hastighedsvektoren og er rettet indad langs radiusvektoren fra cirkelperiferien. Dette ses af sammenhængen $\vec{a} = -\omega^2 \cdot r$. Accelerationsvektoren er indtegnet med rødt på figuren.



TÆNK EFTER 6

a) Svingningstiden sættes lig 2 sekunder (da pendulet passerer bunden to gange på én svingning), længden isoleres, og værdierne indsættes:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\text{s} \quad \Rightarrow$$

$$L = \left(\frac{2\text{s}}{2\pi}\right)^2 \cdot g = 0{,}995 \text{ m}$$

b) Dimensionerne af v, g og d er m/s, m/s^2 og m. Vi antager, at hastigheden er proportional med de to andre størrelser i en bestemt potens, og opstiller ligningen $v^a = g^b \cdot d^c$. Ser vi på enhederne, giver det:

$$\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^a = \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^b = \text{m}^c$$

Eller skrevet med eksponenterne samlet:

$$\text{m}^a \cdot \text{s}^{-a} = \text{m}^{b+c} \cdot \text{s}^{-2b}$$

Ved at matche eksponenterne på meter og sekund fås to ligninger:

$$a = b + c$$

$$-a = -2b \quad \Rightarrow \quad a = 2b$$

Indsættes $a = 2b$ i den første ligning, fås:

$$2b = b + c \quad \Rightarrow \quad c = b$$

Vælges $b = c = 1$, bliver $a = 2$ og sammenhængen:

$$v^2 = g \cdot d \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{g \cdot d}$$

Den sidste omskrivning svarer til at vælge:

$$b = c = \frac{1}{2}$$

c) Ved at sætte kræfterne lig hinanden får vi for den jævne cirkelbevægelse:

$$F = -k \cdot x = -m \cdot \omega^2 \cdot r \quad \Rightarrow \quad k = m \cdot \omega^2 \cdot \frac{r}{x}$$

ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

Hvis man kun ser på den ene koordinat af radiusvektoren, kan man sætte $r = x$, og udtrykket reduceres til:

$$k = m \cdot \omega^2 \cdot \frac{v^2}{r}$$

d) For det matematiske pendul er kræfterne:

$$\vec{F} = -k \cdot \vec{x} = -m \cdot \omega^2 \cdot \vec{x} \quad \Rightarrow$$

$$k = m \cdot \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

TÆNK EFTER 7

a) Sættes fjederkraften lig tyngdekraften og isoleres fjederkonstanten, fås efter indsættelse af værdierne: $k = 5{,}9$ kN/m

b) Ved at benytte fjederkonstanten fundet i spørgsmål a) fås: $E_{pot} = 29{,}5$ J

c) Isoleres x i udtrykket opstillet i spørgsmål a), og indsættes værdierne, fås: $x = 20$ cm.

d) Den potentielle energi er 4 gange så stor som i spørgsmål b): $E_{pot} = 118$ J

e) Den potentielle energi vokser med kvadratet på x, så den bliver 4 gange så stor, mens sammentrykningen kun vokser proportionalt med m, så den bliver dobbelt så stor.
Da der er energibevarelse, skal den opsparede energi i fjedrene være lig tyngdekraftens arbejde, som er: $A = F_t \cdot s = m \cdot g \cdot x$
Når både massen og strækningen fordobles, bliver arbejdet firdoblet.

TÆNK EFTER 8

a) Konstant fart forudsætter, at $a = 0$:

$$a_x = g \cdot (\sin(\theta) - \mu \cdot \cos(\theta))$$

Parentesen er nul, når $\mu = \tan(\theta)$, eller

$$\theta = \tan^{-1}(\mu)$$

b) $a_x = g \cdot \sin(\theta)$

c) Lodret svarer til $\theta = 90°$, det vil sige:

$$a_x = g \cdot (0 - \mu \cdot (-1)) = g \cdot \mu$$

d) Accelerationen er nul, når:

$$a_x = g \cdot (\sin(\theta) - \mu \cdot \cos(\theta)) = 0 \quad \Rightarrow$$
$$\mu = \tan(\theta)$$

TÆNK EFTER 9

Den kinetiske energi før opbremsningen var 277 kJ, ændringen i potentiel energi 30,8 kJ, og friktionens arbejde er 247 kJ.

TÆNK EFTER 10

a) Turen ned tager længst tid. Idet kræfterne virker i samme retning på vej op og i modsatte retninger på vej ned, vil den resulterende acceleration være størst på vej op.

b) Når det er vindstille. Den mekaniske energi, man taber i modvind, er proportional med v^2, hvor v er vindhastigheden. Den energi, man får ekstra i medvind, er proportional med v og opvejer ikke dette.
Man kan også argumentere for, at cyklens hastighed forøges (med rygvind) i kortere tid end den formindskes (i modvind).
Derfor tager det kortere tid uden vind, end når der er vind.
Eller man kan kigge på det tilfælde, hvor vindhastigheden er den samme som cyklens hastighed. Da vil cyklen ingen vegne komme i modvind, og tiden er uendelig.

c) Nej. Hvis bolden roterer, vil hverken arealet eller formfaktoren mod bevægelsesretningen være konstant.

TÆNK EFTER 11

a) Den kinetiske energi er 0,095 J = 95 mJ.
b) Tyngdekraften vokser proportionalt med r i 3. potens, mens luftmodstanden kun vokser proportionalt med r i 2. potens. Sluthastigheden bliver derfor større, som formlen for v_{slut} viser.
c) Sluthastigheden bliver 32 m/s.
d) Nej. De kugler, der skydes op i luften, kommer ned igen med en fart på cirka 30 m/s.

TÆNK EFTER 12

a) Den kinetiske energi er ikke bevaret. Idet vi ser bort fra luftmodstand, er der ingen ydre kræfter ved den lodrette bevægelse, og den mekaniske energi burde være bevaret. Det er den ikke, idet der er et tab på 30 %. Tabet i mekanisk energi er sket ved stødet, som derfor er et uelastisk stød.
b) Bevægelsesmængden er bevaret, idet der ingen ydre kræfter er. Systemet består af hoppebolden og Jorden, og tyngdekraften er derfor en indre kraft, der ikke ændrer bevægelsesmængden.

TÆNK EFTER 13

a) Vi får fra y-koordinaterne:

$$v_{\text{efter}} = \frac{28580\ (\text{kg} \cdot \text{m})/\text{s}}{\sin(60°) \cdot 2529\ \text{kg}} = 13{,}05\ \text{m/s}$$

b) Ja. Vinklen er bestemt af størrelsen af bevægelsesmængderne i de to retninger, så vi kan beregne den:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{p_y}{p_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2{,}86}{1{,}65}\right) \approx 60°$$

c) Den kinetiske energi før er 410 kJ, efter stødet er den 214 kJ.
d) Den kinetiske energi er ikke bevaret, så det er et uelastisk stød. Da bilerne hænger sammen efter stødet, er det et fuldstændig uelastisk stød.

OPGAVER

1.1 a) Et skråt kast med vinklen $\alpha = 45°$ giver den største kastelængde, hvilket ses af udtrykket for kastelængden:

$$L = \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)}{g}$$

som bliver størst, når:

$$\cos(\alpha) = \sin(\alpha) \quad \Rightarrow \quad \alpha = 45°$$

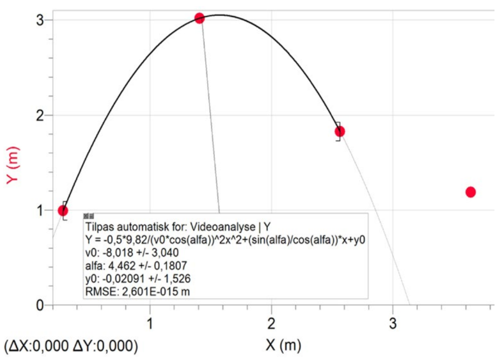
Dette svarer til x- og y-koordinaterne i enhedscirklen. Produktet af de to størrelser er lig arealet af et rektangel, som er størst, når siderne er lige store, hvorved det bliver et kvadrat. Man kan også differentiere udtrykket for L og løse ligningen:

$$\frac{\text{d}L}{\text{d}\alpha} = 0$$

b) Indsættes værdierne i formlen side 15, og løses ligningen $L'(\alpha) = 0$, finder vi, at kastelængden er maksimal, når vinklen er 40,3°. Der ses bort fra luftmodstand.

ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

1.2 Basketkastet rammer ikke i kurven. Figuren nedenfor viser resultatet af en billedanalyse i LoggerPro, hvor der er udført regression med udtrykket for kasteparablen $y(x)$ på de tre punkter, hvor bolden ses. Det fjerde punkt er basketkurven, der ikke er med i regressionen, og som klart ligger uden for kasteparablen.



1.3 Ja, det var en god idé, for aben fanger bananen. Vi skal vise, at aben og bananen har samme y-position, når bananen når hen lodret under abens begyndelsesposition.
Ifølge Galilei gælder uafhængighedsprincippet. Det betyder, at vi kan nøjes med at se på y-bevægelsen, og der falder aben og bananen lige hurtigt ifølge faldloven.
Uden tyngdekraft ville bananen ramme, hvor aben sidder. Med tyngdekraft falder både aben og bananen den samme strækning nedad. Bananen rammer altså lige så meget under det sted, dyrepasseren sigter efter, som aben er faldet.

1.4 Starthastigheden er cirka 44,3 m/s.

1.5 a) Kastevidden er 11,9 m.
b) Kastevidden er 12,0 m ved en vinkel på 42,0°. Kuglen kommer altså lidt længere ved 42° end ved 45°. Ved en vinkel på 40,3° er kastevidden 2 cm længere.
c) 42° er den teoretisk bedste vinkel, når man kaster fra en starthøjde og medregner luftmodstand. Men i praksis er det vanskeligere at støde kuglen med den nødvendige hastighed i den vinkel, da armen så skal føres højere op. Den kombination af kastevinkel og starthastighed, der giver den maksimale kastelængde, er cirka 37°.

1.6 Indsættes hele løsningen for kastetiden,

$$t = \frac{v_{0,y} + \sqrt{{v_{0,y}}^2 + 2 \cdot g \cdot y_0}}{g}$$

i stedfunktionen for den vandrette bevægelse, $x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + x_0$ (hvor vi sætter $x_0 = 0$), fås:

$$L = x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{2 \cdot v_0^2}{g}$$

$$= \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)}{g}$$

Efter indsættelse af $v_{0,y} = v_0 \cdot \sin(\alpha)$, fås:

$$L = \frac{v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(v_0 \cdot \cos(\alpha)\ \sqrt{2 \cdot g \cdot y_0 + {v_0}^2 \cdot \sin(\alpha)^2}\right)}{g}$$

Det ses, at når udtrykket $y_0 \ll v_0^2 \cdot \sin(\alpha)^2$, hvilket svarer til at kastelængden er meget større end starthøjden ($y_0 \ll L$), reduceres udtrykket til det forenklede udtryk.

1.7 a) Ved parallelforskydning kan vektoren F_{tyngde} flyttes op mellem spidserne på vektorpilene for F_{snor} og F_C. Herved dannes en lille trekant, som er ligedannet med trekanten med siderne L, h og r.

- Definitionen af sinus giver:

$$\sin(\theta) = \frac{F_C}{F_{snor}} \quad \Leftrightarrow$$

$$F_C = F_{snor} \cdot \sin(\theta)$$

Ved indsættelse af centripetalkraften, $F_C = m \cdot \frac{v^2}{m}$, fås det andet udtryk.

- Definitionen af cosinus giver:

$$\cos(\theta) = \frac{F_{tyngde}}{F_{snor}} \quad \Leftrightarrow$$

$$F_{tyngde} = F_{snor} \cdot \cos(\theta)$$

Ved indsættelse af tyngdekraften, $F_{tyngde} = m \cdot g$, fås det andet udtryk.

- Definitionen af sinus giver:

$$\sin(\theta) = \frac{r}{L}$$

Definitionen af cosinus giver:

$$\cos(\theta) = \frac{h}{L}$$

b) Snorkraften isoleres i de to første ligninger, og de to udtryk sættes lig hinanden:

$$F_{snor} = \frac{m \cdot v^2}{r \cdot \sin(\theta)} = \frac{m \cdot g}{r \cdot \cos(\theta)}$$

Massen forkortes væk, og man får det ønskede.

c) Udtrykkene for $\sin(\theta)$ og $\cos(\theta)$ indsættes i udtrykket,

$$\frac{g}{\frac{h}{L}} = \frac{v^2}{r^2 \cdot \frac{r}{L}} \quad \Leftrightarrow \quad g = \frac{v^2}{r^2} \cdot h$$

idet L forkortes væk. Efter indsættelse af $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$ fås det ønskede:

$$g = \frac{\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2}{r^2} \cdot h = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot h$$

d) Svingningstiden isoleres:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot h \quad \Leftrightarrow$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{g} \cdot h} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{h}{g}}$$

For små udsving, det vil sige, at $\theta \approx 0$, er $\cos(\theta) \approx 1$, og dermed $h/L \approx 1$. Indsættes $h = L$, fås formlen for svingningstiden for det matematiske pendul:

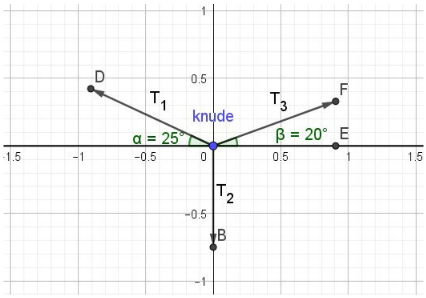
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$$

e) I en ellipse med maksimal eccentricitet er banen nær ved et buestykke, som i en typisk pendulsvingning. Set oppefra er det en linje.

1.8 Accelerationen er 0,28 m/s^2.

ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

1.9 a) Kraftdiagram tegnet i GeoGebra:



b) Vektorernes koordinater er:
$T_1 = (-0{,}91;0{,}42)$, $T_2 = (0;-0{,}75)$, $T_3 = (0{,}91;0{,}33)$. Knuden er i ligevægt, da den samlede kraft i begge retninger er lig nul.
I vandret retning giver det:

$$-0{,}91 + 0{,}91 = 0$$

I lodret retning får vi:

$$-0{,}75 + 0{,}42 + 0{,}33 = 0$$

Da knuden er i ligevægt, vil den ifølge Newtons 1. lov forblive i sin bevægelsestilstand.

1.10 a) Hastigheden af et punkt på indersiden af tromlen er 38,5 m/s eller næsten 140 km/t.

b) Accelerationen er 6,5 km/s² eller 657 gange større end tyngdeaccelerationen.

c) Ved centrifugeringen presses tøjet ud mod tromlens inderside. Derved slynges noget af vandet ud igennem hullerne i tromlen, så det ikke skal vrides, før man hænger det til tørre.

d) Tøjet presses så hårdt imod tromlen, at det sidder fast, når det meste af vandet er presset ud af tøjet.

1.11 a) Vinkelhastigheden er $\omega = 7{,}3 \cdot 10^{-5}\ \text{s}^{-1}$.

b) Centripetalaccelerationen er $a_C = 0{,}034\ \text{m/s}^2$.

c) Accelerationen er cirka 1/290 af tyngdeaccelerationen.

d) Omløbstiden skulle være cirka 5000 s. Hvis Jorden roterede omkring sig selv med en periode på mindre end cirka 1,4 timer, ville centrifugalkraften være større end tyngdekraften, og vandet ville blive slynget væk.

1.12 a) Hastighederne er 14 m/s, 17 m/s og 31 m/s.

b) En utrænet person kan miste bevidstheden allerede ved 4-6 g. Derfor er g-påvirkningen i de fleste rutsjebaner aldrig større end 3 g. Trænede piloter og astronauter kan klare op til 8-10 g, men kun i nogle minutter ad gangen. Ved 14 g er der risiko for at dø. Et af problemerne er, at blodet fx presses ned i benene, så hjernen mister blod og ilt. Øjnene kan også tage skade, da de hænger løst i øjenhulerne i en slags elastikker, og de vil enten blive presset ud af øjenhulerne eller ind i hovedet, afhængigt af hvilken retning hovedet vender i forhold til bevægelsen.

c) Med en g-dragt kan man ved hjælp af tryk delvist styre, hvor blodet kan bevæge sig i kroppen.

d) Det tager cirka 170 timer eller lidt over 7 dage.

1.13 Med Newtons 2. lov har vi:

$$m \cdot a = m \cdot x'' = k \cdot x \quad \Rightarrow \quad x'' = \frac{k}{m} \cdot x$$

Det er en 2. ordens differentialligning med enten sinus eller cosinus som løsning. De to harmoniske funktioner er ens bortset fra en forskydning på π/2 radianer eller 90°, og vi vælger sinusfunktionen, som starter i nul. Amplituden A kan udtrykkes ved k, m og ω. Vi differentierer stedfunktionen for den harmoniske svingning to gange for at finde først hastigheden og derefter accelerationen:

$$v(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(A \cdot \sin(\omega \cdot t)) = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$a(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(A \cdot \cos(\omega \cdot t)) = -A \cdot \cos(\omega^2 \cdot t)$$

Udtrykket for accelerationen opskrives ved hjælp af stedfunktionen:

$$x'' = -\omega \cdot x$$

Vi identificerer dette med $x'' = \frac{k}{m} \cdot x$ og ser relationen mellem konstanterne:

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

1.14 Fjederkonstanten skal være $k = 393$ kN/m.

1.15 Dimensionerne af m, h og g er henholdsvis kg, m og m/s^2. Vi antager, at energien er proportional med de tre størrelser i en bestemt potens, og opstiller ligningen: $E^a = m^b \cdot h^c \cdot g^d$.
Ser vi på enhederne, giver det:

$$\left(\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\right)^a = \mathrm{kg}^b \cdot \mathrm{m}^c \left(\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)^d$$

Eller skrevet med eksponenterne samlet:

$$\mathrm{kg}^a \cdot \mathrm{m}^{2a} \cdot \mathrm{s}^{-2a} = \mathrm{kg}^b \cdot \mathrm{m}^{c+d} \cdot \mathrm{s}^{-2d}$$

Ved at matche eksponenterne på kilogram, meter og sekund fås tre ligninger:

$$a = b$$

$$2a = c + d$$

$$-2a = -2d \quad \Rightarrow \quad a = d$$

Indsættes $d = a$ i den anden ligning, fås:

$$2a = c + a \quad \Rightarrow \quad c = a$$

Vi har $a = b = c = d$, og for nemheds skyld sættes alle lig 1. Vi får derved sammenhængen: $E_{\mathrm{pot}} = m \cdot g \cdot h$.

1.16 Dimensionerne af m og v er kg og m/s. Vi antager, at energien er proportional med de to størrelser i en bestemt potens, og opstiller ligningen: $E^a = m^b \cdot v^c$.
Ser vi på enhederne, giver det:

$$\left(\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\right)^a = \mathrm{kg}^b \cdot \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^c$$

Eller skrevet med eksponenterne samlet:

$$\mathrm{kg}^a \cdot \mathrm{m}^{2a} \cdot \mathrm{s}^{-2a} = \mathrm{kg}^b \cdot \mathrm{m}^c \cdot \mathrm{s}^{-c}$$

Ved at matche eksponenterne på kilogram, meter og sekund fås tre ligninger:

$$a = b$$

$$2a = c$$

$$-2a = -c \quad \Rightarrow \quad c = 2a$$

Vælges $a = b = 1$, og $c = 2a = 2$, fås sammenhængen: $E_{\mathrm{kin}} = m \cdot v^2$.
Ændringen i den kinetiske energi af en genstand, der bevæger sig med konstant acceleration, kan findes som det udførte arbejde, der er lig kraft gange stræk-

ning, hvor kraften ifølge Newtons 2. lov er lig $F = m \cdot a$:

$$\Delta E_{kin} = A = F \cdot s = m \cdot a \cdot s$$

Strækningen er lig stedfunktionen (med $v_0 = 0$, og $s_0 = 0$): $s = ½ \cdot a \cdot t^2$. Vi skal også bruge hastighedsfunktionen (med $v_0 = 0$) for at eliminere accelerationen, strækningen og tiden: $v = a \cdot t$. Ved indsættelse fås:

$$\Delta E_{kin} = m \cdot a \cdot ½ \cdot a \cdot t^2 = m \cdot (a \cdot t)^2$$
$$= ½ \cdot m \cdot v^2$$

Faktoren ½, som ikke kunne findes ved dimensionanalysen, kommer altså fra stedfunktionen. Det ses ved at differentiere stedfunktionen:

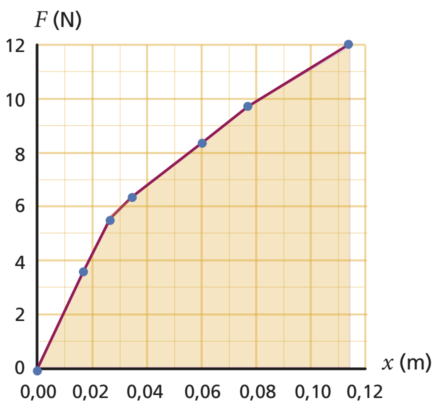
$$v(t) = s'(t) = \frac{d}{dt}(½ \cdot a \cdot t^2)$$
$$= ½ \cdot a \cdot \frac{d}{dt}(t^2) = ½ \cdot a \cdot 2 \cdot t = a \cdot t$$

1.17 Arbejdet er $2{,}9 \cdot 10^{-12}$ joule.

1.18 Hvert af de små felter har et areal på:

$$A = 0{,}001 \text{ m} \cdot 1 \text{ N} = 0{,}001 \text{ J}$$

Antallet af små arealer er cirka 91. Det svarer til et arbejde på $91 \cdot A = 0{,}091$ J. Arbejdet er 0,09 joule.



1.19 Arbejdet er 0,00447 J = 4,5 mJ.

1.20 Hvert af de små felter har et areal på:

$$A = 0{,}05 \text{ s} \cdot 1 \text{ N} = 0{,}05 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

Antallet af små arealer er cirka 52. Det svarer til en ændring i bevægelsesmængde på:

$$52 \cdot A = 2{,}6 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

1.21 Enheden for viskositet omskrives, idet

$$\text{Pa} = \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} : \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa} \cdot \text{s}$$

En anden omskrivning giver, idet

$$\text{N} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} : \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{s}^2 \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}}$$

1.22 a) Massen er $4{,}0 \cdot 10^{-6}$ kg. Tyngdekraften er $4{,}0 \cdot 10^{-6}$ N.
b) Opdriften er $5{,}1 \cdot 10^{-8}$ N, hvilket er så lidt (cirka 1/100) i forhold til tyngdekraften, at vi kan se bort fra den.

1.23 Hastigheden af regndråben er cirka 10,6 m/s, der er lidt højere end den eksperimentelt fundne værdi på 9 m/s.

1.24 a) Gnidningskraften (luftmodstanden) er cirka 57 N.
b) Gnidningskraften (luftmodstanden) er cirka 185 N.
c) Gnidningskraften (luftmodstanden) er cirka 386 N.
d) Gnidningskraften vokser med cirka 140 %, når hastigheden øges fra 110 til 130 km/t.

1.25 a) Da kuglen efter stødet danner en mindre vinkel med banden, end den kom ind med, har den mistet energi i retningen vinkelret på banden. Der er derfor tale om et uelastisk stød.
b) Farten efter stødet er 9,2 m/s.
c) Tabet i kinetisk energi er 1,2 J.

2 Fiktive kræfter

TÆNK EFTER 1

a) En tørretumbler virker ved, at tromlen roterer, derved presses tøjet ud mod siden. Når tøjet kommer op i toppen af tromlen, falder det ned (en tørretumbler roterer langsommere end en centrifuge, se opgave 1.10). På vej ned trækkes fugtighed ud af tøjet. Varm luft kan indeholde mere fugt end kold luft og er derfor bedre til at trække fugtighed ud af tøjet.

b) Den gælder ikke.
Newtons 3. lov siger, at kraften mellem fx to masser er lige stor og modsatrettet. Men fiktive kræfter skyldes accelereret bevægelse, der er derfor ingen kraft, der kan være lige stor og modsatrettet.

TÆNK EFTER 2

a) 463 m/s eller 1667 km/t.

b) Luften roterer med Jorden rundt. Den står derfor stille i forhold til Jorden og i forhold til en observatør på Jorden.

c) 16,4 s.

d) 31,8 t.

e) Ved ækvator roterer pendulet slet ikke (rotationstiden er uendelig). Perioden i Danmark er cirka 29 timer (afhænger af den præcise breddegrad).

f) På polerne, Nordpolen og Sydpolen.

TÆNK EFTER 3

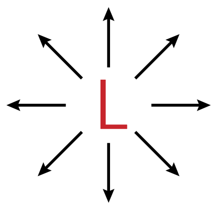
a) 1) Se forrige Tænk efter 2a.
2) 0. Det bevæger sig slet ikke.
3) Formlen for omkredsen ved breddegradden Φ er: $O = 40000\ \text{km} \cdot \cos(\Phi)$
Det bevæger sig med en fart på 1179 km/t.

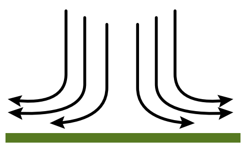
b) De grønne pile er luftstrømme mod ækvator. De røde er væk fra ækvator. Luftstrømme, der bevæger sig på den nordlige halvkugle, afbøjes mod højre. På den sydlige halvkugle afbøjes de mod venstre. Det betyder, at luftstrømme mod ækvator afbøjes mod vest, og luftstrømme væk fra ækvator afbøjes mod øst.

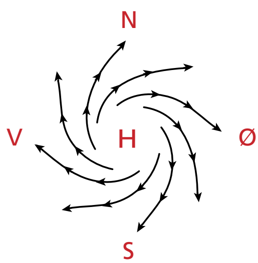
TÆNK EFTER 4

a) På den sydlige halvkugle er rotationen modsat af den nordlige halvkugle. Lavtryk roterer derfor med uret.

b)







Højtryk roterer med uret på den nordlige halvkugle og mod uret på den sydlige.

c) Lavtrykssystemet roterer med uret. Billedet er derfor taget over den sydlige halvkugle.

OPGAVER

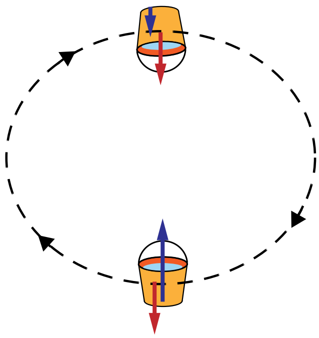
2.1 Vinklen er 73°.

2.2 a) Snorkraftens størrelse er $F_s = \dfrac{m \cdot g}{\cos(v)}$, hvor vinklen er givet ved: $\tan(v) = \dfrac{a}{g}$

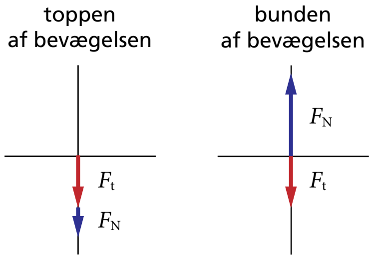
b) 1,1 N

c) 3,4 N

2.3 a) I begge figurer er der den samme tyngdekraft (røde pile) $F_t = m \cdot g$.



Desuden er der kraften fra spanden på vandet (blå pile), som kommer fra reaktionskraften F_N. Ifølge Newtons 3. lov gælder det, at når der findes en kraft fra vandet på spanden, findes der også en lige så stor og modsatrettet kraft fra spanden på vandet.



Denne kraft er størst, når spanden er i bunden af bevægelsen. Vi ved, at den samlede kraft skal være lig centripetalkraften, som er den samme hele vejen rundt i bevægelsen (idet farten er konstant) og er: $F_{centrifugal} = m \cdot (v^2/r)$. I toppen af bevægelsen er den resulterende kraft lig summen af de to: $F_{res,\ top} = F_t + F_N$. I bunden er den lig differencen: $F_{res,\ bund} = F_N - F_t$.

b) Den mindste fart er 3,1 m/s eller 11,3 km/t.

c) Den største omløbstid er 2,0 s.

d) Centripetalaccelerationen afhænger ikke af massen. Når F_N er nul i toppen, falder vandet frit. Vi ved, at frit fald er uafhængigt af massen.

e) Kraften e som forventet lig tyngdekraften, 9,8 N, idet normalkraften er nul.

2.4 a) Centrifugalkraften er 213 N.

b) Tyngdekraften er 0,20 N. Det betyder, at centrifugalkraften er mere end 1000 gange større end tyngdekraften.

c) T er 40 gange større, så v bliver 40 gange mindre. Kraften bliver 1600 gange mindre, da v indgår i 2. potens i nævneren. Det giver:

$$\frac{213{,}36\ \text{N}}{40^2} = 0{,}13335\ \text{N}$$

som er mindre end tyngdekraften. Derfor falder sokken ned i tørretumbleren, men ikke i centrifugen.

2.5 2 er den korrekte.

2.6 Intet facit.

2.7 a) Jupiters store røde plet roterer mod uret.

b) Den røde plet er et højtryk.

ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

3 Relativitetsteori

TÆNK EFTER 1

a) 1) 85 km/t. 2) 35 km/t. 3) 65 km/t.

b) Fordi hans bevægelse i forhold til jorden er summen af hans egen fart og togets fart, også efter han har forladt toget (når vi ser bort fra luftmodstand).

c) Intet facit.

d) Intet facit.

TÆNK EFTER 2

I relativitetsteorien er det kun måling af tid og rum, der er relativt til den relative bevægelse mellem en observatør, der er i bevægelse, og én, der er i hvile i forhold til den genstand, der måles på. Det er en overdreven generalisering at sige, at alt er relativt. Lysets fart i vakuum, c, er netop en konstant.

TÆNK EFTER 3

b) og e) er inertialsystemer.

TÆNK EFTER 4

a) Når lysglimtet når hen til punktet B, har togets bagende tilbagelagt 3/4 af strækningen.

b) Uret på Jorden, der viser Δt, viser mere end astronautens ur, der viser $\Delta\tau$.

c) Astronautens ur, der viser $\Delta\tau$, viser mere end uret på Jorden, der viser Δt. (Set fra astronauten er det Jorden, der bevæger sig, og rumskibet, der står stille.)

TÆNK EFTER 5

a) Da $v > c$ i udtrykket for gammafaktoren, er nævneren altid mindre end $\gamma > 1$.

b) Ja. Set i forhold til resten af Jordens befolkning vil man ældes langsommere, idet alle biologiske processer også påvirkes af tidsforlængelsen.

c) Gammafaktoren er så godt som lig én. Tidsforskellen på 80 år i laboratoriesystemet er 693 mikrosekunder.

TÆNK EFTER 6

a) Det tager 0,29 år eller 106 dage.

b) Gammafaktoren er 1,25.

c) Der ser ud til at være $l = l_0/\gamma = 6$ lysår/1,25 = 4,8 lysår. Tvilling A rejser med 0,6 c og skal rejse 4,8 lysår. Det tager 4,8/0,6 = 8 år. Set fra tvilling B tager turen ud til stjernen længere på grund af tidsforlængelsen. Den tager $8 \cdot 1{,}25 = 10{,}00$ år.

TÆNK EFTER 7

a) Når v er meget lille, bliver gammafaktoren 1.

b) Intet facit.

TÆNK EFTER 8

a) Bølgelængderne er 540 nm og 310 nm.

b) Bølgelængderne svarer til grøn (540 nm) og ultraviolet (310 nm).

TÆNK EFTER 9

Enheden for udtrykket $p \cdot c$ er:

$$\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} = \mathrm{J}$$

som er enheden for energi.

TÆNK EFTER 10

a) Når en foton har en bevægelsesmængde, kan den overføre denne til en genstand, og dette mærkes som et tryk, idet tryk er kraft pr. areal.

b) Rumfartøjer kan have et sejl udspændt, der opsamler trykket fra mange fotoner fra Solen. Trykket giver en kraft og dermed en resulterende acceleration.

OPGAVER

3.1 Afstanden 1 AE svarer til cirka 8,3 lysminutter.

3.2 a) Intet facit.

b) Når Jorden i løbet af et år bevæger sig, vil den ændre retning i rummet. Hvis vi bevæger os mod strålingen, ser strålingen varmere ud (rødforskydning). Bevæger vi os væk fra strålingen, ser den koldere ud (blåforskydning).

c) Ændringen i bølgelængde er 0,0013 mm. Bølgelængden bliver derfor 1,064 eller 1,062 mm. Det betyder, at baggrundsstrålingen ser ud til at have en kortere bølgelængde i den retning, Solen bevæger sig, end i den modsatte retning.

3.3 a) Den kan ikke beregnes, da vi dividerer med 0.

b) Den går mod uendelig.

c) $2{,}99777468 \cdot 10^8$ m/s

3.4 Intet facit.

3.5 a) $1{,}557 \cdot 10^{-5}$ s

b) 4,6 km

3.6 *Elektrisk ladning*: Myonen ($Q = -1$) udsender en W^--boson ($Q = -1$) og omdannes til en myonneutrino ($Q = 0$). Ladningen før og efter den første del af henfaldet er: $-1 \rightarrow -1 + 0$

Derefter henfalder W^--bosonen ($Q = -1$) til en elektron ($Q = -1$) og en antielektronneutrino ($Q = 0$). Ladningen før og efter er: $-1 \rightarrow -1 + 0$

Leptontal: Man skelner mellem leptontal for hver familie: L_e (1. familie), L_μ (2. familie) og L_τ (3. familie). Partikler har leptontal +1, og antipartikler har leptontal –1.

Myonen har leptontal $L_\mu = 1$, og den henfalder derfor formelt til en myonneutrino, der også har $L_\mu = 1$, så leptontallet for 2. familie er bevaret.

Det er et svagt henfald, som formidles af W^--bosonen, der fjerner den negative ladning og det meste af massen. W^- henfalder til et leptonpar fra 1. familie (ligesom i et neutronhenfald): En elektron ($L_e = 1$) og en antielektronneutrino ($L_e = -1$). Summen er: $L_e = 1 - 1 = 0$, ligesom før henfaldet, så leptontallet for 1. familie er bevaret.

3.7 a) Hastighederne er 57 % og 9,5 % af lyshastigheden. Det betyder, at man for elektronen i tilstanden $n = 1$ skal regne relativistisk.

b) Intet facit.

c) Elektronens hastighed bliver lig lyshastigheden, hvilket ikke kan lade sig gøre.

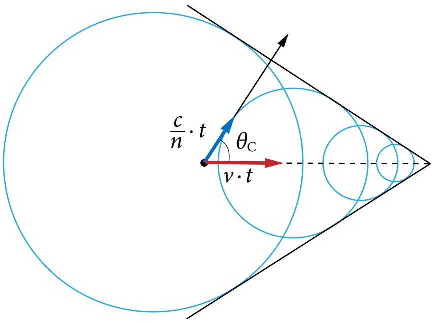
3.8 a) Gammafaktoren er 1,000 000 000 042 926 288 1

b) Uret taber 3,7 mikrosekunder pr. dag.

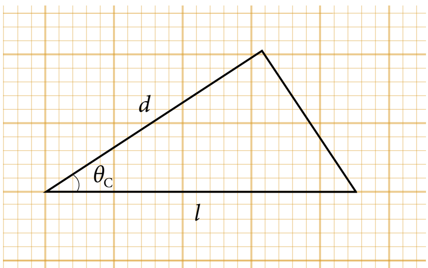
c) Lyset bevæger sig 1,1 km.

ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

3.9 a) Lysets fart i vand er $2{,}25 \cdot 10^8$ m/s eller 3/4 af lysets fart i vakuum.
b) Den kinetiske energi er $3{,}51 \cdot 10^{14}$ J.
c) Vinklen er 33°.
d)



I tidsrummet t bevæger elektronen sig afstanden $l = v \cdot t$ (rød pil). I samme tidsrum bevæger lyset sig i cirkler (kugler) afstanden $d = (c/n) \cdot t$ (blå pil).



Vinklen mellem bølgefronten og lysets udbredelse er 90°, og vi får derfor en retvinklet trekant. Trigonometriske formler og brøkregning giver:

$$\cos(\theta_C) = \frac{d}{l} = \frac{\frac{c}{n} \cdot t}{v \cdot t} = \frac{c}{n \cdot v}$$

3.10 a) Fotonens bevægelsesmængde er cirka $1{,}25 \cdot 10^{-17}$ (kg · m)/s.
b) Intet facit.

3.11 a) Accelerationen bliver $3{,}56 \cdot 10^{-6}$ m/s^2.
b) Trykket er 5,7 mikropascal.
c) Der rammer $7{,}1 \cdot 10^{23}$ fotoner pr. sekund.

3.12 Intet facit.

4 Tyngdefelter

TÆNK EFTER 1

a) I det vestlige USA (Californien) går temperaturen fra rød (110 F) til blå (60 F) på kort afstand.

b) De tre højtryk er markeret med H. Der er også et lavtryk på 1016 mbar midt på kortet, et i øverste højre hjørne på 1002 mbar og et nederst til venstre på 1012 mbar.

c) Højde er nævnt i teksten, temperatur og lufttryk i Tænk efter 1. Derudover er der de skalare størrelser, du finder i Tænk efter 2: Vandstand, havtemperatur og nedbørsmængde. Vindhastighed, tyngdefeltet og magnetfeltet er derimod vektorstørrelser.

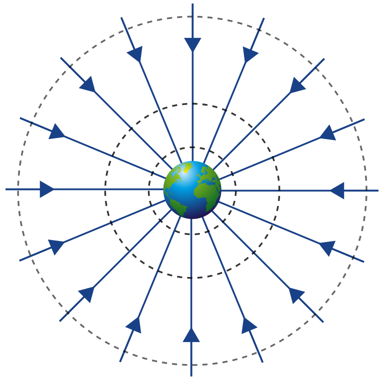
TÆNK EFTER 2

Skalarer: Lufttryk, nedbør, temperatur, vandstand og havtemperatur.
Vektorer: Vind, vindstød, strøm og bølger.

TÆNK EFTER 3

a) Størrelsen af tyngdefeltet aftager som $1/r^2$. Det vil sige, at tyngdefeltstyrken afhænger kun af afstanden r, og kurverne bliver derfor koncentriske cirkler.
Vi lader cirklerne repræsentere kurver med samme tyngdefeltstyrke, og forskellen mellem kurvernes værdi skal være konstant. Da størrelsen af tyngdefeltet ikke aftager lineært, men kvadratisk, bliver der længere og længere mellem cirklerne. Man skal altså længere og længere væk fra Jorden, før tyngdefeltets størrelse falder med 1. Hvis man kigger på figur 4.14 i *Basisfysik A*, svarer cirklernes placering fx til værdierne 9, 8, 7 osv. på den røde graf. Vi kan se, at vi skal længere og længere ud, før værdien falder med yderligere 1 m/s^2.

b)



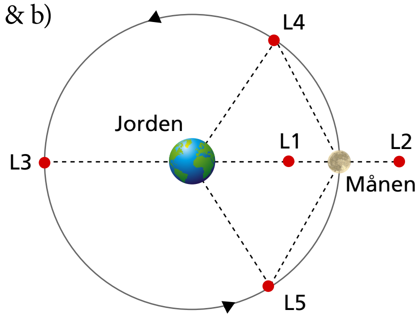
TÆNK EFTER 4

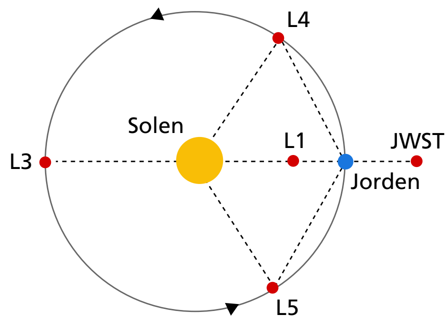
a) Den bliver mindre, da massen inden for radius aftager, når vi bevæger os ind i Jorden. Radius bliver også mindre, men kun som 2. potens, mens massen aftager med r i 3. potens.

b) 0

TÆNK EFTER 5

a) & b)





ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

TÆNK EFTER 6

a) Barycentrum er massemidtpunktet, der er tættest på den største masse. En testmasse anbragt dér vil ikke følge en bane om det største legeme med samme periode, men i stedet falde ind mod det største legeme.

b) I Lagrangepunktet L1 bliver testmassen i en bane omkring Solen med samme periode som Jorden, og lidt tættere på Solen end Jorden.
Barycentrum er inde i Solen, så massen bliver knust.
Hvis vi anbringer en testmasse i barycentrum for Jorden og Månen, vil den bevæge sig mod Jorden, da tyngdekraften fra Jorden er langt større.

TÆNK EFTER 7

a) Intet facit.

b) Den mekaniske energi er i perihel og aphel henholdsvis $2{,}66 \cdot 10^{21}$ J og $2{,}49 \cdot 10^{21}$ J.

TÆNK EFTER 8

a) $5{,}99 \cdot 10^{24}$ kg

b) Tabelværdien er $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg.

TÆNK EFTER 9

a) 5725 km

b) Breddegraden er 40°41'N = 40,683°.
Formlen for radius er $r = R_{\text{jord}} \cdot \cos(\theta)$
Afstanden bliver: $2\pi \cdot 4836{,}614609$ km = 30 389 km. 1 længdegrad svarer derfor til 30 389 km/360 = 84,41 km.

c) 70,75 længdegrader

d) 5972 km, hvilket er cirka 250 km længere, end det vi fandt i a).

TÆNK EFTER 10

a) Vinklen må afhænge af Solens masse, M, tyngdekonstanten, G, lysets fart, c, og afstanden d. Men ikke af afstanden til Jorden, da det er en vinkel, vi måler.

$$\theta = K \cdot G^a \cdot M^b \cdot c^e \cdot d^f$$

Vinklen θ har ingen enhed. De andre har enheder:

$$\begin{aligned}
[M] &= \text{kg} \\
[G] &= \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2 \\
&= (\text{kg} \cdot \text{m/s}^2) \cdot (\text{m}^2/\text{kg}^2) = \text{m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2) \\
[c] &= \text{m/s} \\
[d] &= [R] = \text{m}
\end{aligned}$$

Det giver følgende ligning for enhederne:

$$1 = \left(\frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}\right)^a \cdot \text{kg}^b \cdot \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^e \cdot \text{m}^f$$

Eller:

$$1 = \text{m}^{3a+e+f} \cdot \text{kg}^{b-a} \cdot \text{s}^{-2a-e}$$

Alle eksponenterne skal være nul, så vi får:

$$3a + e + f = 0, b - a = 0, -2a - e = 0 \quad \Leftrightarrow$$
$$a = b, e = -2a, a + f = 0$$

Det simpleste udtryk fås ved at prøve $a = 1$:

$$a = 1 \quad \Rightarrow \quad b = 1, e = -2, f = -1$$

Det vil sige ligningen bliver: $\theta = K \cdot \dfrac{G \cdot m}{c^2 \cdot d}$

b) Indsættes værdier, fås:

$$\theta = \frac{6{,}6726 \cdot 10^{-11}\ (\text{N} \cdot \text{m}^2)/(\text{kg}^2) \cdot 1{,}989 \cdot 10^{30}\ \text{kg}}{(3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s})^2 \cdot 6{,}957 \cdot 10^8\ \text{m}}$$
$$= 2{,}12 \cdot 10^{-6}\ \text{rad} = 0{,}438''$$

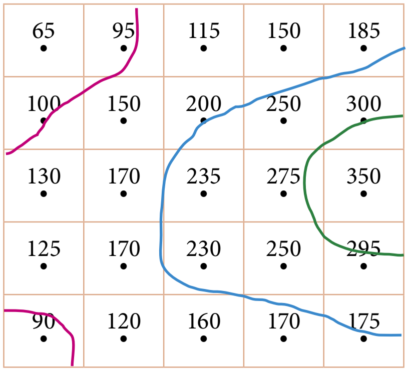
Den faktiske værdi er 1,75'' eller præcis 4 gange så meget, fordi konstanten er 4 i den korrekte formel.

TÆNK EFTER 11

a) Hvis Solen har samme densitet, men 500 gange større radius, er dens masse 500^3 = 125 000 000 gange større.
   Formlen for undslippelseshastighed giver da $v = 3{,}088 \cdot 10^8$ m/s
b) Man kan benytte tvillingeparadokset til at fremstille en tidsmaskine.
   Den ene ende (A) af ormehullet bliver tilbage på Jorden, den anden (B) rejser ud i rummet og vender tilbage, som den ene tvilling gjorde det på side 105.
   Hvis det fx sker i år 2100, og ormehullet vender tilbage i år 2116, er der kun gået 8 år i B's tid. Man kan derfor rejse fra 2116 gennem munding A og komme ud i 2108 gennem munding B.
c) At hastigheden af tyngdebølger er den samme som lysets hastighed, hvilket forudsiges af Einsteins almene relativitetsteori.
d) Den maksimale tidsforskel er 0,0101 s = 10,1 ms.

OPGAVER

4.1 Røde kurver er 100 °C, blå kurve er 200 °C og grøn kurve er 300 °C.



4.2 Størrelsen af tyngdefeltet er $9{,}4 \cdot 10^{-11}$ m/s^2. Retningen er 45 grader mod nordøst fra origo.

4.3 a) 9,790 m/s^2 b) 8,675 m/s^2

4.4 a) 1,62 m/s^2 b) 3,71 m/s^2

4.5 179

4.6 Punktet er 346 000 km fra Jordens centrum og 38 400 km fra Månens centrum.

4.7 L1 ligger 0,01 AU fra Jordens centrum eller cirka 1,5 mio. km.

4.8 a) 29 789 m/s
b) 29 789 m/s. Med 3 betydende cifre er de ens: 29,8 km/s.
c) 223 km/s
d) $1{,}87 \cdot 10^{41}$ kg eller cirka 94 milliarder solmasser.

 ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

4.9 a) 35 782 km
b) 0,224 m/s^2. Det er en meget lille acceleration i forhold til g.

4.10 a) 618 km/s
b) 2,38 km/s
c) 0,51 km/s
d) 339 km/s

4.11 a) Undslippelseshastigheden i Jordens afstand er 42,1 km/s, som er større end rumsondens hastighed.
b) Undslippelseshastigheden i Jupiters afstand fra Solen er 18,5 km/s, som er mindre end rumsondens hastighed.

4.12 a) 2730 m/s
b) 1,9 km/s
c) 96,7 km

4.13 a) $4{,}1 \cdot 10^9$ m/s
b) $4{,}6 \cdot 10^8$ m/s

4.14 Hvis brøken er nul, må tælleren være lig nul, det vil sige, at hastighedstilvæksten er nul. Det svarer til, at der ikke forbrændes noget, og slutmassen (m_f) er derfor den samme som startmassen (m_b).

4.15 Intet facit.

4.16 Hvis $v(r)$ er en konstant, må $\frac{G \cdot M(r)}{r}$ være en konstant. Da G er konstant, skal der gælde:

$$\frac{M(r)}{r} = k \quad \Leftrightarrow \quad M(r) = k \cdot r$$

Det vil sige, at massen skal vokse proportionalt med afstanden.

4.17 a) I afstanden 50 000 lysår aflæses rotationshastigheden til cirka 230 km/s.
b) 175 km/s. Hvilket også stemmer med den røde graf på figur 4.23. Det er noget mindre end svaret i a), så den observerede rotationshastighed er derfor større end den beregnede.

4.18 Intet facit.

4.19 $1{,}46 \cdot 10^{-7}$ N

4.20 1 grad svarer til 111,1 km, 1,31 km svarer til 0,0118 grader, som er lig 42,44''. Forskellen skyldes, at Jorden ikke helt er en cirkel med omkreds på 40 000 km.

4.21 0,89 cm

4.22 $2{,}82 \cdot 10^8$ m/s eller 94 % af lyshastigheden.

4.23 3,5 mio. solmasser. Det er et meget stort tal. Vi kender ingen objekter – ud over sorte huller – der kan forklare så stor masse på så lille et område.

4.24 a) 23,5 milliarder lysår. Det er cirka halvdelen.
b) 5 gange så stor radius.

4.25

a) 4,64 s
b) 1273 m/s
c) Intet facit.
d) 0,876''

ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

5 Elektriske felter

TÆNK EFTER 1

a) Hvis en gnist skal kunne dannes, skal der kunne løbe strøm gennem luften. Det kræver et stort elektrisk felt. Feltet er størst, hvor afstanden mellem elektronerne er mindst.

b) Gnisten varmer luften op omkring sig. Den varme luft har mindre densitet end den omgivende luft og stiger derfor til vejrs. Gnisten følger med.

TÆNK EFTER 2

a) I en torsionsvægt drejer kuglerne vandret, virkningen fra Jordens tyngdekraft udelukkes. Tyngdekraften mellem kuglerne er meget mindre end den elektrostatiske kraft, så man kan også se bort fra den.

b) Nej, da ladningerne blev bestemt relativt til hinanden, havde Coulomb ikke absolutte tal.

TÆNK EFTER 3

a) Atomer ville ikke være elektrisk neutrale. De ville derfor frastøde hinanden (da ladningen ville have samme fortegn).

b) Negativ. Feltlinjerne slutter på masse, ligesom de gør på negative elektriske ladninger.

c) Negativ masse vil frastøde anden (både negativ og positiv) masse (på samme måde som to ens elektriske ladninger frastøder), man ville derfor kunne opleve antityngdekraft. Man ville også kunne danne en dipol af masse, der ville bevæge sig uden at være påvirket af en kraft.

d) Fordi feltlinjerne skal ende på en ladning, men der er ingen ladning inde i buret, de kan ende på.

e) Intet facit.

f) Intet facit.

TÆNK EFTER 4

Ligningerne er de samme som for et kast i tyngdefeltet. Elektronen følger derfor en parabelbane.

TÆNK EFTER 5

a) De polariserede ladninger sidder modsat ladningerne på pladerne. Feltet vil derfor også vende modsat.

b) $U = E \cdot d$. d er uændret, og når E bliver mindre, må U også blive mindre, da de er proportionale.

c) $C = \varepsilon_0 \cdot \dfrac{Q}{d}$

Q er uændret, og når U bliver mindre, vokser C, da de er omvendt proportionale.

d) ε har samme enhed som ε_0. ε_r er dimensionsløs.

e) 1

TÆNK EFTER 6

a) En parallelforbindelse svarer blot til, at det samlede pladeareal, A, bliver større, og C bliver dermed større.

b) Den er mindre end hver af de to originale kapacitanser.

TÆNK EFTER 7

a) Lysstyrken af pæren afhænger af strømstyrken gennem pæren. Lige når kontakten sluttes, er strømstyrken maksimal, og pæren lyser derfor mest. Efterhånden som kapacitoren lades op, falder strømstyrken (eksponentielt):

$$I = I_0 \cdot e^{-\left(\frac{1}{RC}\right) \cdot t}$$

 ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

b) Vi ved fra teksten, at når kontakten sluttes, vil der strømme ladning fra den inderste plade på den ene kapacitor til den modsatte plade på den anden kapacitor. Der vil derfor ske det samme som i a), selv om pæren ikke er i kontakt med spændingskilden.

OPGAVER

5.1 Intet facit.

5.2 $q = -36$ nC

5.3 7,0 kN mod højre.

5.4 3,0 GV

5.5 39 kV/m

5.6 a) $2{,}2 \cdot 10^2$ N
b) $3{,}2 \cdot 10^6$ V
c) 6,4 MeV

5.7 Det giver en hastighed på $8{,}4 \cdot 10^8$ m/s, som er større end lysets fart i vakuum. Konklusion: For store accelerationsspændinger må man regne relativistisk.

5.8 480 kV/m

5.9 5,0 μF

5.10 Intet facit.

5.11 69,3 μs

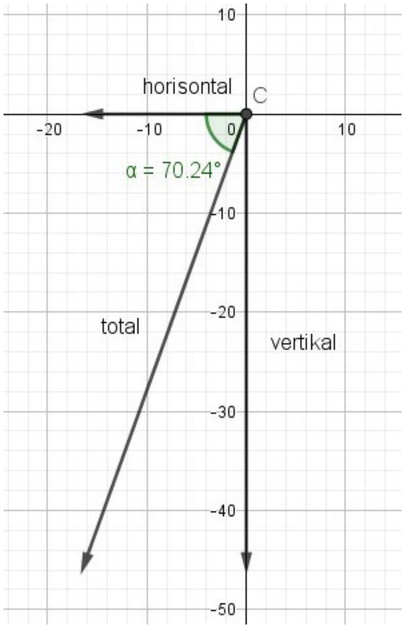
5.12 Intet facit.

5.13 45 nF

6 Magnetfelter

TÆNK EFTER 1

a) Tegning i GeoGebra:



b) Vinklen bliver: $\tan^{-1}(46{,}5/16{,}7) = 70{,}2°$

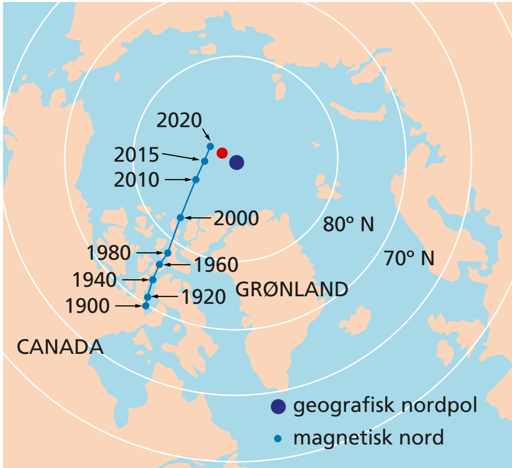
c) 49,4 μT

d) Ifølge figur 6.13 er inklinationen i Australien negativ. Inklinationen er nul langs den magnetiske ækvator, se figur 6.13.

e) Den magnetiske deklination kan findes på hjemmesiden https://www.magnetic-declination.com/Denmark

f) Intet facit.

TÆNK EFTER 2



Hvis man står ved den røde prik, skal man gå mod 'syd' på kompasset for at komme til den geografiske nordpol.

TÆNK EFTER 3

a) Intet facit.

b) Kraft måles i newton, afstand i meter, så vi får følgende ligning for enhederne:

$$N = \frac{N}{A^2} \cdot \frac{[q]^2}{m^2} \quad \Leftrightarrow \quad [q]^2 = A^2 \cdot m^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$[q] = A \cdot m = \frac{C}{s} \cdot m = C \cdot \frac{m}{s}$$

Enheden skal være ampere gange meter eller coulomb gange meter pr. sekund (i overensstemmelse med formlen øverst side 214).

c) Magnetiske poler frastødes, hvis de er N-N eller S-S, og tiltrækkes, hvis de er N-S. Så vi kan enten lade nordpol eller sydpol være negativ.

TÆNK EFTER 4

Det gør c.

 ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

TÆNK EFTER 5

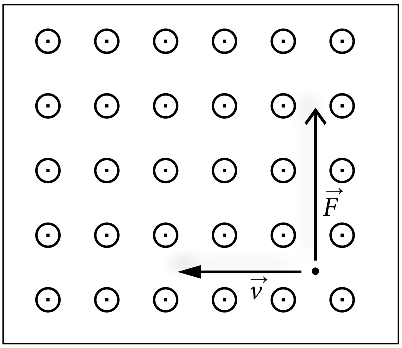
a) –1. En superleder er en perfekt diamagnet og danner et magnetfelt, der er lige så stort og modsatrettet som det ydre magnetfelt.
b) Jern er ferromagnetisk, aluminium er ikke. En køleskabsmagnet vil derfor tiltrække jern, men ikke aluminium.
c) For at der kan dannes et magnetfelt i gryden, skal den være lavet af et ferromagnetisk materiale. Aluminium er paramagnetisk.
d) Nej. Kobber er diamagnetisk.

TÆNK EFTER 6

ΔB peger ud af papiret.

TÆNK EFTER 7

a) Kraften på ladningen er vinkelret på hastighedsvektoren. Det betyder, at accelerationen også er vinkelret på hastigheden. Det svarer til situationen for den jævne cirkelbevægelse, og den magnetiske kraft bliver derfor centripetalkraften i en jævn cirkelbevægelse.
b) Partiklen bevæger sig med uret (positiv omløbsretning).
c)



TÆNK EFTER 8

a) Ud over hastigheden er radius også proportional med massen af partiklen. Den er omvendt proportional med magnetfeltet og ladningen.
b) Partiklerne vekselvirker med gassen i boblekammeret og taber derfor energi. Mindre energi svarer til en mindre hastighed og derfor en mindre radius, da v og r er proportionale.

TÆNK EFTER 9

Radius bliver 2,4 cm, det vil sige større end for C-12.

TÆNK EFTER 10

a) Vi kan vise, at Laplaces lov er i overensstemmelse med udtrykket for den magnetiske feltkraft $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ ved følgende betragtninger:
Strømstyrken gennem en leder, hvor der i tidsrummet dt passerer n elektroner, er givet ved $I = \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t = n \cdot e/\mathrm{d}t$.
I tidsrummet dt tilbagelægger elektronerne afstanden ds i lederstykket.
Størrelsen af kraften på et lederstykke med længde ds, der er anbragt i et magnetfelt B, er ifølge Laplaces lov givet ved:

$$\mathrm{d}F = I \cdot |\mathrm{d}\vec{s} \times \vec{B}| = n \cdot e/\mathrm{d}t \cdot |\mathrm{d}\vec{s} \times \vec{B}|$$
$$= n \cdot e \cdot |\mathrm{d}\vec{s}/\mathrm{d}t \times \vec{B}| = n \cdot e \cdot |\vec{v} \times \vec{B}|$$

idet elektronernes hastighed er $v = \mathrm{d}s/\mathrm{d}t$.
Kraften på hver elektron er derfor $\mathrm{d}F/n = e \cdot |\vec{v} \times \vec{B}|$. Vi genfinder her udtrykket for den magnetiske feltkraft.
b) $\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$

TÆNK EFTER 11

a) Formlen for magnetfeltet omkring en lang lige leder gælder kun, hvis lederen er uendelig lang.
b) Hvis strømstyrken er 10 gange så stor, bliver magnetfeltet fra hver leder også 10 gange så stort. Kraften er både proportional med *B* og *I*, den bliver derfor 100 gange så stor.
c) Nej. Kraften er for lille (også selv om vi anvender strømstyrken 10 A) til at kunne overvinde fx gnidning.

OPGAVER

6.1 $1{,}00 \cdot 10^{-5}$ T

6.2 12 T. Denne model er en forsimpling, der ikke stemmer med data. Der er også spin at tage hensyn til, det vil sige, at både protonen og elektronen fungerer som små magneter (se kapitel 8). Desuden kredser elektronen ikke i en cirkelbane omkring protonen, men er spredt ud omkring protonen.

6.3 a) 62 A
b) 24 MW. Det er en voldsomt stor effekt. En MR-skanner, der skal producere så store magnetfelter, må anvende superledende ledninger.

6.4 a) $6{,}3 \cdot 10^{-4}$ T
b) Når strømstyrken fordobles, bliver fluxtætheden også dobbelt så stor. Det vil sige, at den maksimale fluxtæthed er 13 mT.
c) 1,7 mW for spørgsmål a) og 4 gange så meget for b) eller 6,8 mW.

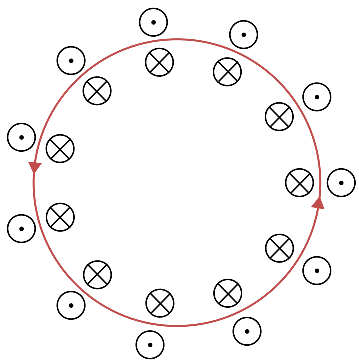
6.5 a) Med Maple får vi følgende udregning:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{8}{5 \cdot \sqrt{5}} \cdot \frac{N \cdot I}{r}$$
$$= 0{,}0007559176545\ I \cdot \frac{\text{kg}}{\text{A}^2 \cdot \text{s}^2}$$
$$= 0{,}7559176545\ I \cdot \frac{\text{mT}}{\text{A}}$$

b) Intet facit.

6.6 a) Strømmen løber venstre om, og feltlinjerne kommer ud mod os indvendig i lederen. Det gør de. når vi kigger fra højre.
Kigger vi i stedet fra venstre, går feltlinjerne indad indvendig i lederen.

b)



ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

6.7 a) Feltet peger lodret opad (højrehåndsreglen), og to punkter modsat på figurens cirkel vil bidrage med lige store B-felter, der tilsammen peger lodret opad, idet de vandrette komponenter udligner hinanden. Biot-Savarts lov giver:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta s \cdot r}{r^3}$$

På tegningen er ds og r vinkelrette på hinanden, så krydsproduktet bliver et almindeligt produkt.

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta s \cdot r}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi \cdot \dfrac{I \cdot \Delta s}{r^2}}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi \cdot \dfrac{I \cdot \Delta s}{r^2 + a^2}}$$

Størrelsen Δs i formlen er en tilnærmelse til ds på figuren.
Dette er størrelsen af feltet fra lederstykket ds. For at finde den del, der er i lodret retning, skal vi gange med sinus til vinklen mellem z-aksen og linjestykket fra ds til P:

$$\Delta B_z = \Delta B \cdot \sin(\Phi)$$

hvor vi kan finde vinklen ved hjælp af trigonometri:

$$\sin(\Phi) = \frac{r}{\sqrt{r^2 \cdot a^2}}$$

Så vi får for bidraget til magnetfeltet:

$$\mathrm{d}B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot \Delta s}{r^2 + a^2} \cdot \frac{r}{\sqrt{r^2 \cdot a^2}}$$

Vi skal integrere over disse for at finde det samlede magnetfelt:

$$B_z = \int \mathrm{d}B_z = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2 + a^2} \cdot \frac{r}{\sqrt{r^2 \cdot a^2}} \,\mathrm{d}s$$

Når vi integrerer rundt langs cirklen, er både a og r en konstant:

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{(r^2 + a^2)^{1,5}} \cdot \int \mathrm{d}s$$

Integralet over s er lig omkredsen af cirklen, som er $2\pi \cdot r$, så vi får:

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{(r^2 + a^2)^{1,5}} \cdot 2\pi \cdot r$$
$$= \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I \cdot r^2}{(r^2 + a^2)^{1,5}}$$

Vi kan kontrollere, at vi har den rigtige formel, ved at sætte $a = 0$, og genfinder formlen side 221, når punktet er ved $z = 0$.

b) 3,6 μT

6.8 a: positivt ladet, b: uladet, c: negativt ladet.

6.9 Fluxtætheden skal være 0,24 T.

6.10 a) Grøn er en elektron (afbøjes mod venstre, så ladningen er negativ), lilla er en proton (afbøjes mod højre, så ladningen er positiv), lyseblå er en elektron og en positron (de har modsatte ladninger og afbøjes hver sin vej). Den positive lyseblå partikel kan ikke være protonen, for så er hverken nukleontallet eller leptontallet bevaret.

b) Processen viser et par, der er dannet med hver sin ladning. Det kaldes pardannelse, som er den omvendte proces af annihilation, beskrevet side 327 i *BasisFysik B*.

6.11 a) $r = \dfrac{m \cdot v}{q \cdot B}$

b) $T = \dfrac{2\pi \cdot r}{v}$ og $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{v}{2\pi \cdot r}$

c) Radius er 52 m. Perioden er 0,66 ms.

d) Vi ser, at radius bliver dobbelt så stor, men perioden er den samme! Radius er proportional med hastigheden, men perioden er uafhængig af både v og r. Det kan vi vise således:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2\pi \cdot \dfrac{m \cdot v}{q \cdot B}}{v} = \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B}$$

e) Når hastigheden bliver stor, det vil sige en brøkdel af lysets hastighed, oplever protonen længdeforkortelse, og den ser derfor en kortere vej rundt i banen. Det betyder, at frekvensen og perioden ændres.

6.12 Intet facit.

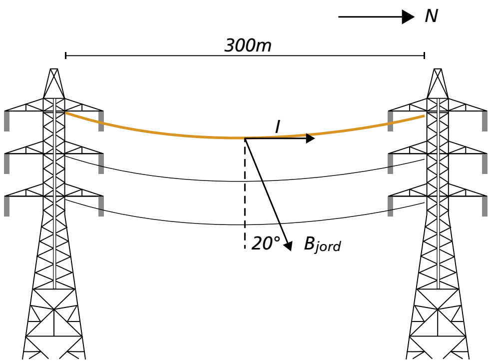
6.13 a) $1{,}0 \cdot 10^6$ m/s

b) Den letteste, det vil sige H-1.

6.14 a) De har samme hastighed, 10 km/s.

b) Radius er henholdsvis 0,265 mm og 0,268 mm.

6.15 a) I Danmark peger magnetfeltet mod nord og ned i jordoverfladen. Det vil sige, at magnetfeltet er i samme vandrette retning, og den lodrette vinkel er 70,2° (lig med svaret fra Tænk efter 1). Vi skal bruge formlen $\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$. Hvis strømmen løber N-S, løber ladningen også N-S. Det betyder, at kraften peger enten mod øst eller vest afhængigt af strømmens retning. Da det er vekselstrøm, skifter strømmen retning, så kraften skifter også retning.



b) Størrelsen af kraften er 13,9 N.

ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

7 Elektromagnetisme

TÆNK EFTER 1

a) Intet facit.

b) $\Phi_B = 0$

TÆNK EFTER 2

a) Ledningerne er strippet på en måde, så spolen roteres af den magnetiske kraft i den ene halvdel af rotationen.

b) Over magneten er et B-felt. Gennem spolen løber en strøm, der frembringes af batteriet, spolen frembringer derfor sit eget magnetfelt. Når spolen placeres i magnetens magnetfelt, vil de to magnetfelter vekselvirke, og spolen påvirkes af en magnetisk kraft. Der mangler forklaring på, hvor kobbertråden skal afisoleres (man skal afisolere halvdelen af trådens omkreds), således at kobbertråden er i kontakt med sikkerhedsnålene halvdelen af tiden, samt hvordan det hele fungerer.

c) Når bevægelsen er startet og har gennemløbet en halv rotation, fortsætter spolen resten af vejen rundt på grund af bevarelse af impulsmoment. Herefter påvirkes spolen igen af den magnetiske kraft, og bevægelsen fortsætter.

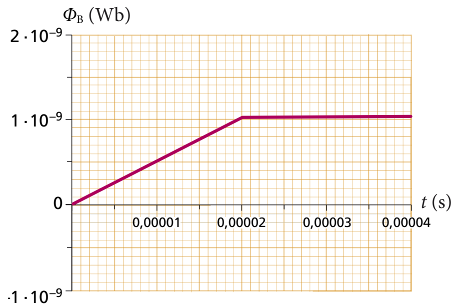
TÆNK EFTER 3

b er den korrekte.

OPGAVER

7.1 a) Fluxen er $\Phi = B \cdot A = B \cdot L \cdot v \cdot t$, det vil sige, at fluxen vokser lineært, indtil spolen er helt inde i magnetfeltets område. Derefter er grafen vandret. Når spolen er helt inde i området, er værdien $1{,}0 \cdot 10^{-9}$ Wb.

b)



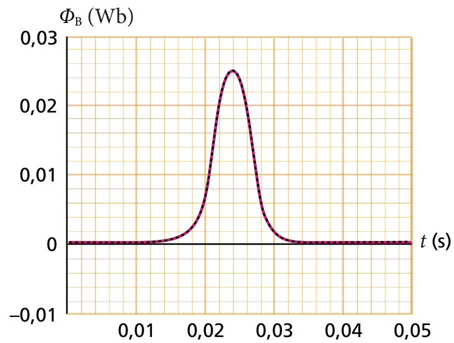
c) Ifølge Lenz' lov skal strømmen frembringe et magnetfelt, der modvirker ændringen i fluxen. Det skal pege indad, og ifølge højrehåndsreglen går strømmen med uret rundt i spolen.

7.2 a) Den inducerede spænding er størst i tidsintervallet $t = 15$ til $t = 25$ s.

b) Den maksimale inducerede spænding er 0,20 V.

7.3 a) Den maksimale flux gennem spolen er 0,025 Wb.

b)



8 Kvantefysik

TÆNK EFTER 1

a) Baryoner er partikler, der består af tre kvarker eller tre antikvarker. Fx består protonen af to u-kvarker og en d-kvark, mens anti-neutronen består af to anti-d-kvarker og en anti-u-kvark.
Mesoner er partikler, der består af en kvark og en anti-kvark. En pi+ meson består af en u-kvark og en anti-d-kvark.

b) Myon og tau-partikel (tauon).

c) Ved en PET-skanning injiceres patienten med et radioaktivt sporstof. Den radioaktive nuklid (fx fluor-18) hæftes på et molekyle, som optages i sygt væv det ønskede sted i kroppen. Ved henfald udsendes beta+ stråling (positroner), der annihilerer med elektroner i vævet. Derved udsendes 2-3 gammafotoner, som registreres i skanneren, hvorefter det kan beregnes, hvorfra fotonerne blev udsendt, og det syge væv kan lokaliseres.

d) Grundforskning. Positronen blev forudsagt af Dirac i 1928 og først observeret i et tågekammer i 1929. Den endelige opdagelse af Carl Anderson (og andre) skete i 1932.

TÆNK EFTER 2

a) $c = f \cdot \lambda \quad \Leftrightarrow \quad f = c/\lambda$
$E = h \cdot f \quad \Rightarrow \quad E = h \cdot c/\lambda$

b) Zink har mindre løsrivelsesarbejde, effekten er derfor lettere at observere.

c) Cæsium har det mindste løsrivelsesarbejde af metallerne i tabel 8.1.

TÆNK EFTER 3

Det koordinatsystem, hvor elektronen og positronens massemidtpunkt er i hvile, svarer til, at de bevæger sig mod hinanden. Den totale bevægelsesmængde er lig 0 i dette koordinatsystem. En foton kan imidlertid ikke have bevægelsesmængde lig nul, da den ikke kan ligge stille. Ifølge relativitetsteorien kan vi regne i et vilkårligt koordinatsystem. Hvis der i stedet udsendes 2 (eller 3) fotoner, kan vi få den samlede bevægelsesmængde til at blive nul, ved at fotonerne udsendes i modsatte retninger.

TÆNK EFTER 4

a) En del af den kosmiske stråling absorberes i atmosfæren. Jo højere op man kommer, desto tyndere er atmosfæren. Og jo tyndere lag atmosfære, desto mindre er absorptionen af kosmisk stråling, hvorfor strålingsintensiteten i flyet bliver større.

b) Blys densitet er meget større end aluminiums. Et fly lavet af bly vil kræve en meget større motorkraft for at få den nødvendige dynamiske opdrift til at lette.

TÆNK EFTER 5

a) I galaktisk astronomi regner man på milliarder af stjerners bevægelser for at studere galaksers udvikling. På grund af de store afstande mellem stjernerne, relativt til deres størrelse, kan stjernerne regnes som partikler.

b) $1{,}38 \cdot 10^{-27}$ m

TÆNK EFTER 6

a) Hvis interferensmønstret i et dobbeltspalteeksperiment med elektroner skyldes en interferens mellem to paralleluniverser,

ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

kan man sige, at elektronen springer – eller rejser – frem og tilbage mellem de to universer. Rejser mellem forskellige universer vil derfor kun kunne lade sig gøre for objekter, der viser interferens, og altså ikke for mennesker.

b) Intet facit.

TÆNK EFTER 7

a) Frekvens har enheden s^{-1}, mens tid har enheden s, så det stemmer.

b) Hvis fotonen skal rejse længere, tager det længere tid. Ifølge Heisenberg kan den derfor låne mindre energi, og dermed har den også mindre bevægelsesmængde. Den overførte impuls/kraft bliver derfor mindre.

c) Hvis energien er meget lille, kan fotonen eksistere i meget lang tid og dermed nå meget langt væk. Der er ingen nedre grænse for denne energi. Dermed bliver rækkevidden uendelig.

d) Modellen beskriver kun en frastødning og kan ikke umiddelbart forklare tiltrækkende kræfter.

TÆNK EFTER 8

Enheden for h er den samme som for $\hbar$:

$$[h] = \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$$

Impulsmoment har enheden:

$$[L] = [r \cdot m \cdot v] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}} = \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$$

OPGAVER

8.1 a) For store værdier af λ er $\lambda \cdot k \cdot T \gg h \cdot c$, det vil sige, at eksponenten er meget lille, og vi kan skrive (det kan vises ved rækkeudvikling af eksponentialfunktionen, $e^x \approx 1 + x + x^2/2 + \ldots$):

$$e^{\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}} \approx 1 + \frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{e^{\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}} - 1} \approx \frac{1}{\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}} = \frac{\lambda \cdot k \cdot T}{h \cdot c}$$

Vi får samlet:

$$I(\lambda,T) = \frac{2 \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}} - 1}$$

$$\approx \frac{2 \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{\lambda \cdot k \cdot T}{h \cdot c} = \frac{2 \cdot c \cdot k \cdot T}{\lambda^4}$$

b) Hvis vi lader $\lambda \rightarrow 0$ (den ultraviolette grænse), bliver $\lambda \cdot k \cdot T \ll h \cdot c$, og vi kan skrive (det kan vises ved rækkeudvikling af eksponentialfunktionen):

$$\frac{1}{e^{\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}} - 1} \approx e^{-\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}}$$

Vi får samlet:

$$I(\lambda,T) = \frac{2 \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}} - 1}$$

$$\approx \frac{2 \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}}$$

c) Rayleigh-Jeans lov:

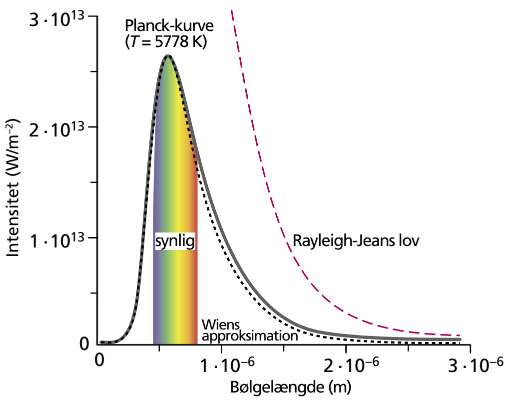
$$I(\lambda,T) = \frac{2 \cdot c \cdot k \cdot T}{\lambda^4}$$

Dette er det samme, som vi fandt i a). Denne formel har det problem, at intensiteten går mod uendelig, når bølgelængden går mod nul. Det kaldes den »ultraviolette katastrofe«, fordi det betyder, at modellen forudsiger, at der udsendes mere og mere lys med kortere bølgelængde, hvis vi fx opvarmer en gas.
Rayleigh-Jeans lov har derfor kun gyldighed i den infrarøde grænse, det vil sige den del af det elektromagnetiske spektrum, der har større bølgelængder end synligt lys.
Wiens approksimation:

$$I(\lambda,T) = \frac{2 \cdot h \cdot c^2}{\lambda^5} \cdot e^{-\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}}$$

Dette er det samme, som vi fandt i b).

d)



8.2 a) Planck-enhederne for længde (L), tid (T), masse (M) og energi (E) kan udtrykkes:

$$\begin{aligned} L &= c^a \cdot G^b \cdot h^c \\ T &= c^a \cdot G^b \cdot h^c \\ M &= c^a \cdot G^b \cdot h^c \\ E &= c^a \cdot G^b \cdot h^c \end{aligned}$$

Eksponenterne skal bestemmes for hvert udtryk. (NB: c'et i eksponenten på h er forskelligt fra c'et, der symboliserer lysets hastighed.) Enhederne skal være:

$$\begin{aligned} [L] &= \mathrm{m}^1 \cdot \mathrm{s}^0 \cdot \mathrm{kg}^0 = \mathrm{m} \\ [T] &= \mathrm{m}^0 \cdot \mathrm{s}^1 \cdot \mathrm{kg}^0 = \mathrm{s} \\ [M] &= \mathrm{m}^0 \cdot \mathrm{s}^0 \cdot \mathrm{kg}^1 = \mathrm{kg} \\ [E] &= \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{kg}^1 = \mathrm{J} \end{aligned}$$

Dimensionerne af c, G og h er:

$$\begin{aligned} [c] &= \mathrm{m}^1 \cdot \mathrm{s}^{-1} \\ [G] &= \mathrm{N}^1 \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2} \\ &= \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^1 \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg}^{-2} \\ &= \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \\ [h] &= \mathrm{J}^1 \cdot \mathrm{s}^1 = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{s}^1 \\ &= \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1} \end{aligned}$$

Indsættes dimensionerne af c, G og h i det første udtryk for Plancklængden, fås:

$$\begin{aligned} [L] &= (\mathrm{m}^1 \cdot \mathrm{s}^{-1})^a \cdot (\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot \mathrm{kg}^{-1})^b \cdot \\ &\quad (\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1})^c \\ &= \mathrm{m}^{a+3b+2c} \cdot \mathrm{s}^{-a-2b-c} \cdot \mathrm{kg}^{-b+c} \end{aligned}$$

Eksponenterne for henholdsvis kg og s skal begge være nul, da masse og tid ikke skal indgå i det endelige resultat:

ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

$$-b + c = 0 \quad \Rightarrow \quad b = c$$

og

$$-a - 2b - c = 0 \quad \Rightarrow$$
$$-a - 3b = 0 \quad \Rightarrow \quad a = -3b$$

Eksponenten for m skal være én:

$$a + 3b + 2c = 1 \quad \Rightarrow$$
$$a + 5b = 1 \quad \Rightarrow \quad -3b + 5b = 1 \quad \Rightarrow$$
$$2b = 1 \quad \Rightarrow \quad b = ½$$

Eksponenterne bliver derfor:
$a = -³⁄₂$, $b = ½$ og $c = ½$, som indsættes i udtrykket for L:

$$L = c^{-3/2} \cdot G^{1/2} \cdot h^{1/2} = \sqrt{\frac{h \cdot G}{c^3}}$$

Det samme gøres for de tre andre størrelser.
For T fås: $a = -5/2$, $b = 1/2$ og $c = 1/2$
For M fås: $a = 1/2$, $b = -1/2$ og $c = 1/2$
For E fås: $a = 5/2$, $b = -1/2$ og $c = 1/2$
Indsættes disse eksponenter i de andre udtryk, fås de sidste tre Planck-enheder.

b) $l_{Pl} = \sqrt{\frac{h \cdot G}{c^3}} = 4{,}05 \cdot 10^{-35}$ m

$t_{Pl} = \sqrt{\frac{h \cdot G}{c^5}} = 1{,}35 \cdot 10^{-43}$ s

$m_{Pl} = \sqrt{\frac{h \cdot c}{G}} = 5{,}46 \cdot 10^{-8}$ kg

$E_{Pl} = \sqrt{\frac{h \cdot c^5}{G}} = 4{,}90 \cdot 10^{9}$ J

Forholdene beregnes:

$m_{proton}/m_{Pl} = 3{,}06 \cdot 10^{-20}$
$l_{proton}/l_{Pl} = 2{,}07 \cdot 10^{19}$

c) Intet facit.

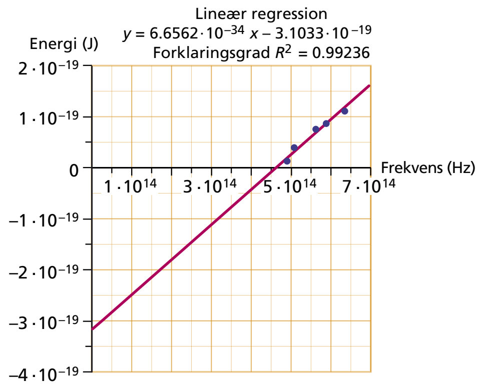
8.3 a) 41 km/s
b) Energien er mindre end 0. Det betyder, at lyset ikke har nok energi til at rive elektroner løs fra silicium.

8.4 225 nm, som svarer til ultraviolet lys.

8.5 a) Frekvenserne og energierne bliver:

λ (nm)	f (Hz)	E_{kin} (J)
611	$4{,}91 \cdot 10^{14}$	$1{,}28 \cdot 10^{-20}$
588	$5{,}10 \cdot 10^{14}$	$3{,}04 \cdot 10^{-20}$
525	$5{,}71 \cdot 10^{14}$	$7{,}48 \cdot 10^{-20}$
505	$5{,}94 \cdot 10^{14}$	$8{,}49 \cdot 10^{-20}$
472	$6{,}35 \cdot 10^{14}$	$1{,}09 \cdot 10^{-19}$

b)



c) Regressionslinjens hældning svarer til h, og talværdien findes til $6{,}656 \cdot 10^{-34}$.
Løsrivelsesarbejdet svarer til skæring med y-aksen. Det finder vi til $3{,}10 \cdot 10^{-19}$ J, som svarer til 1,94 eV.

8.6 Absorptionsformlen er:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$$

Halveringstykkelsen, $x_{1/2}$, svarer til, at intensiteten er faldet til det halve af I_0. Indsættes dette, får vi:

$$\tfrac{1}{2} \cdot I_0 = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x_{½}} \Leftrightarrow \tfrac{1}{2} = e^{-\mu \cdot x_{½}} \Leftrightarrow$$

$$\ln(\tfrac{1}{2}) = -\mu \cdot x_{½} \Leftrightarrow -\ln(2) = -\mu \cdot x_{½} \Leftrightarrow$$

$$x_{½} = \frac{\ln(2)}{\mu}$$

8.7 0,97 m/s

8.8 Situationen er den omvendte af annihilationsprocessen, hvor der mindst dannes to fotoner.
Ved pardannelse dannes en partikel og en anti-partikel, fx en elektron og en positron. I det referencesystem, hvor massemidtpunktet mellem de to ligger stille, bevæger de sig med modsatrettede hastigheder, det vil sige, at den samlede bevægelsesmængde er lig nul. Spoler vi tiden tilbage til før pardannelsen, skal den samlede bevægelsesmængde i dette referencesystem have samme værdi, det vil sige fotonen skal ligge stille. Men fotoner bevæger sig altid med lysets fart, så processen kan ikke lade sig gøre.
I nærheden af en atomkerne er situationen anderledes, og kernens bevægelsesmængde kan levere den manglende bevægelsesmængde for at den bliver ens før og efter pardannelsen.

8.9 a) 20 cm svarer til 4 halveringstykkelser, så 1/16 eller 6,25 % af strålingen trænger igennem betonen.
b) 33 cm beton

8.10 a) Vi aflæser halveringstykkelsen til mellem 6 og 7 mm bly.
b) Der slipper 0,0023 % af strålingen igennem. Det vil sige, at tælletallet mindskes med over 99 %.

8.11 a) 4,3 cm
b) Hvis materialet er beton, kan vi aflæse i figur 8.43, at fotonenergien er cirka 800 keV.

8.12 a) $7{,}3 \cdot 10^6$ m/s
b) 150 V

8.13 a) $3{,}88 \cdot 10^{-12}$ m
b) Man kan bl.a. studere detaljer i krystalgitterstrukturer og biologiske prøver, fx cellestrukturer, makromolekylekomplekser og vira.

8.14 a) Afstanden er 0,63 cm.
b) Vi ved fra trigometri, at $\tan(\theta_n) = \frac{x_n}{L}$, samt, at gitterligningen er:

$$d \cdot \sin(\theta_n) = n \cdot \lambda \Leftrightarrow \sin(\theta_n) = \frac{n \cdot \lambda}{d}$$

Når vinklerne er små, kan vi (hvis vi regner i radianer) benytte tilnærmelserne: $\sin(\theta) \approx \tan(\theta) \approx \theta$
Sættes formlerne sammen, fås:

$$\frac{x_n}{L} \approx \frac{n \cdot \lambda}{d} \Leftrightarrow \lambda \approx \frac{d \cdot x_n}{n \cdot L}$$

For $n = 1$ fås formlen i opgaven.

ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

8.15 a) Den finere variation af intensiteten og dermed den relative intensitet i centrum af hver plet.

b) $$\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot b \cdot \sin\left(\frac{\lambda \cdot n}{d}\right)}{\lambda}\right)}{\frac{\pi \cdot b \cdot \sin\left(\frac{\lambda \cdot n}{d}\right)}{\lambda}}\right)^2$$

8.16 Den mindste usikkerhed på Δv er $5{,}8 \cdot 10^5$ m/s.

8.17 a) Den minimale usikkerhed er $3{,}6 \cdot 10^{-28}$ m.

b) Der er ingen!

8.18 a) $2{,}43 \cdot 10^{-12}$ m

b) Usikkerheden på hastigheden er mindst $2{,}39 \cdot 10^7$ m/s, det vil sige cirka 8 % af lysets hastighed i vakuum.

8.19 a) Udtrykket for E_{total} differentieres og sættes lig nul. Ligningen løses for r:

$$E_{\text{total}}'(r) = -\frac{h^2}{4\pi^2 \cdot m \cdot r^3} + \frac{e^2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2} = 0 \Rightarrow$$

$$r = a_0 = \frac{\varepsilon_0 \cdot h^2}{\pi \cdot m \cdot e^2}$$

b) Indsæt $r = a_0 = (\varepsilon_0 \cdot h^2)/(\pi \cdot m \cdot e^2)$ i udtrykket for E_{total} (side 299).
Den kinetiske energi og (størrelsen af) den potentielle energi aflæses som henholdsvis 1. led og 2. led i mellemregningen til udregningen af E_0 på side 299:

$$E_{\text{kinetisk}}(a_0) = \frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \varepsilon_0^{\,2} \cdot h^2}$$

$$|E_{\text{potentiel}}(a_0)| = \frac{m \cdot e^4}{4 \cdot \varepsilon_0^{\,2} \cdot h^2}$$

Det ses, at de opfylder virialteoremet, idet $E_{\text{potentiel}} = 2 \cdot E_{\text{kinetisk}}$.

c) Når elektronens afstand til kernen vokser, vokser også ubestemtheden Δx i dens position. Ubestemthedsprincippet gør, at usikkerheden på dens bevægelsesmængde Δp bliver mindre.

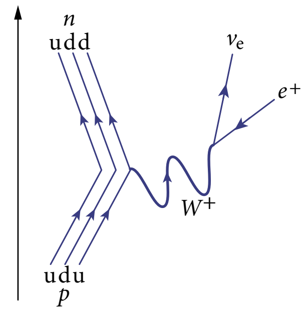
8.20 Hvis en virtuel foton udsendes fra en elektron og skal ramme en anden elektron i afstanden r, kan vi argumentere således: Sandsynligheden for, at en virtuel foton rammer en anden elektron, er et konstant lille areal (svarende til »størrelsen« af elektronen) divideret med arealet af en kugle med radius r ($A = 4\pi \cdot r^2$). Denne sandsynlighed kan vi kalde p:

$$p = \frac{A_{\text{elektron}}}{4\pi \cdot r^2} = \frac{k}{r^2} \qquad \text{hvor } k = \frac{A_{\text{elektron}}}{4\pi}$$

Vi ser, at sandsynligheden for at ramme den anden elektron, aftager med kvadratet på afstanden.
Det kan sammenlignes med at kaste en kugle i en vilkårlig retning. Sandsynligheden for at ramme en skydeskive afhænger af skydeskivens størrelse og afstanden til skydeskiven.

8.21 Betragt figur 8.39 (side 301).

a) *Venstre vertex:* En d-kvark omdannes til en u-kvark og en W-partikel. Ladningen er −1/3 før, og +2/3 − 1 = −1/3 efter.
Nukleontallet er 1/3 før og efter, da en W-partikel har nukleontal nul, og en kvark har nukleontal 1/3. Leptontallet er nul før og efter.
Højre vertex: En W-partikel henfalder til en elektron og en antielektronneutrino. Den elektriske ladning er −1 før og −1 efter.
Nukleontallet er nul før og efter.
Leptontallet er nul før og 1 − 1 = 0 efter, idet elektronen har leptontal 1 og antielektronneutrinoen har leptontal −1.

b) 

8.22 $1{,}99 \cdot 10^{-16}$ m

8.23 0,11 u eller 98,7 MeV/c^2, hvilket er tæt på myonens masse.

8.24 $1{,}06 \cdot 10^{14}$ u

8.25 $1{,}05 \cdot 10^{-34}$ J · s

8.26 Intet facit.

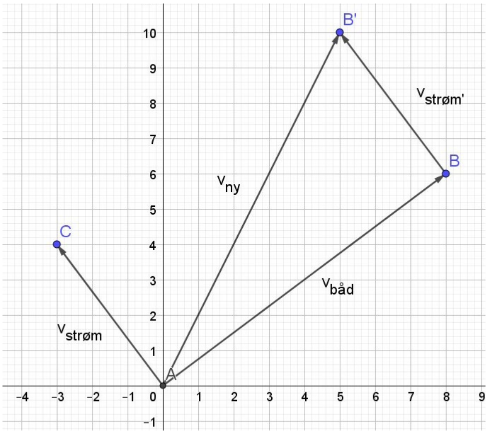
ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

Appendiks A: Vektorer i fysik

TÆNK EFTER 1

a) $v_{strøm}$ danner en vektor, der er hypotenuse i en retvinklet trekant med komposanter 3 og 4. Ifølge Pythagoras' sætning er længden af hypotenusen derfor $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$. Tilsvarende for $v_{båd}$, der er hypotenuse i en 6,8,10-trekant.

b) Tegning i GeoGebra:



TÆNK EFTER 2

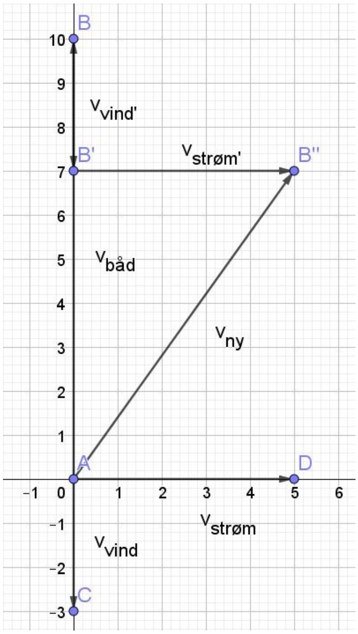
a) Rattet skal drejes en smule over mod den side, vinden kommer fra.

b) Når man passerer tårnene, forsvinder sidevinden. Man skal derfor rette bilen op, så rattet ikke drejer lige, idet man passerer tårnet. Idet man kommer forbi tårnet, skal man igen dreje op mod sidevinden.

c) Hvis man ikke gør ovenstående, vil man opleve et ryk i bilen modsat den side, vinden kommer fra. Reagerer man instinktivt, vil man dreje rattet den modsatte vej, altså samme vej som vinden. Men øjeblikket efter kommer vinden igen, og man har nu både sidevind og rattet drejet den forkerte vej.

OPGAVER

A.1 a) Tegning i GeoGebra:



b) 8,6 m/s

c) Vinklen er 30° mod øst (hvis strømmen kommer fra venstre). Kommer strømmen fra højre, bliver vinklen 30° mod vest.

A.2 a) Ved anvendelse af formlerne for cosinus og sinus i den retvinklede trekant fås formlen.

b) Det vises ved hjælp af Pythagoras, idet komposanterne er lig de to kateter, og den samlede krafts størrelse er lig hypotenusens længde.

A.3 Piloten skal rette flyet 90 – 55,5 = 34,5° mod øst for at opnå en samlet retning på 40° mod nord (og dermed 50° mod øst).

A.4 a) Vinklen er 90°, da hastigheden er vandret, og vinkelhastigheden er lodret op.

b) Corioliskraften peger mod vest (mod højre). Krydsproduktet mellem de to vektorer peger mod øst (mod venstre), da vinkelhastigheden peger op og hastigheden mod syd. I formlen står der minus, så corioliskraften peger mod vest (mod højre).

c) $7{,}27 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}$

d) 14,5 N

e) Det svarer til 1,5 % af tyngdekraften på kanonkuglen.

A.5 Krydsproduktet af to vektorer er lig nul, når de to vektorer er parallelle. Første led er nul, da $d\vec{r}$ er parallel med $\vec{p}$. Andet led er nul, da $\vec{p}$ er en bevaret størrelse.

 ISBN 9788729008224 © M. CRAMER ANDERSEN, M. AGERMOSE JENSEN & PRAXIS FORLAG 2023

Appendiks B: Flux og Gauss' lov

OPGAVER

B.1 a) Nej. Det kan både være masser og elektriske ladninger, da feltlinjerne ender på objekterne.

b) Den største masse er den med flest feltlinjer. Feltlinjernes antal er proportional med massen, så massen til venstre er størst og 12/6 = 2 gange større. Altså dobbelt så stor.

B.2 Fordi massen inde i kuglen er den samme i de to situationer, bliver fluxen den samme, og fluxen afhænger af $G \cdot M$.

B.3 Svaret er c), tyngdekraften forbliver uændret. Det kan ses ved at lægge en Gaussflade uden om stjernerne, men inden om den enlige stjerne. Selv om massefordelingen udvider sig, er det samlede antal feltlinjer ud gennem Gaussfladen uændret, og tyngdekraften er derfor også uændret.

B.4 Der er ingen ladninger inde i buret og derfor heller ingen steder, feltlinjerne kan ende eller begynde.

B.5 a) Det elektriske potential i afstanden r er:

$$U = \frac{1}{4 \cdot \mu \cdot e_0} \cdot \frac{Q}{r} = k_c \cdot \frac{Q}{r}$$

b) De er kugler med radius r. Da potentialet aftager med afstanden som $1/r$, skal man længere og længere væk, for at potentialet falder med samme værdi. Kuglerne kommer derfor længere og længere fra hinanden. Det ses på figuren fra kapitel 5 (side 181). De stiplede cirkler er ækvipotentialflader.